RAN-1808060201040001

RAN-1808060201040001

M.Com. (Sem.-I) Examination

March / April - 2019

Advanced Statistics: Paper-I

Time: 2 Hours] **[Total Marks: 50**

સૂચના : / Instructions

(1)

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fill up strictly the details of ☛ signs on your answer book

Name of the Examination:

☛ **M.Com. (Sem.-I)**

Name of the Subject :

☛ **Advanced Statistics: Paper-I**

Subject Code No.: **1808060201040001**

Seat No.:

Student's Signature

(2)જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નોનાં પૂરા ગુણ સૂચવે છે.

(3)સાંખ્યિકીય કોષ્ટકો વિનંતી કરવાથી આપવામાં આવશે.

(4)સાદા કેલ્કયુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

1. નીચેના પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો. **10**

1) સાબિત કરો કે કોશી વિતરણ θ આગળ સંમિત વિતરણ છે.

2) જો $x \sim \wedge\left(\mu i, \sqrt[2]{i}\right)$ i = 1, 2, 3, ... સ્વતંત્ર ચલ હોય તો $\frac{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3^{-1}}{x_3}$ નું વિતરણ શોધો.

3) સંભાવના વિતરણ $f(x, \theta) = \frac{1}{2} e^{-|x-\theta|}, -\infty < x < \infty, -\infty < \theta < \infty$ નાં પ્રાચલ θ નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણક મેળવો.

4) જો $x_1, x_2, ... x_n$ વિતરણ $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}$. માંથી લીધેલ યાદ્દચ્છિક નિદર્શ હોય તો, બતાવો કે $\sum_{i=1}^{n} x_i^2, \sigma^2$ નો પર્યાપ્ત આગણક છે.

P0166

http://www.vnsguonline.com

2. (અ) જો T એ θ નો અનભિનત આગણક હોય તો T^2 અને θ^2 નો ભિનત આગણક છે એમ સાબિત કરો. તથા જો T એ θ નો સુસંગત આગણક હોય તો T^2 પણ θ^2 નો સુસંગત આગણક છે એમ બતાવો. 07

(બ) ઋણ દ્વિપદી વિતરણ માટે પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો તથા તેનું અનંતલક્ષી વિધેય પોયસન વિતરણને અનુલક્ષે એમ સાબિત કરો. 07

અથવા

2. (અ) લાપ્લાસે વિતરણ માટે μ_r^1 મેળવો. 06

(બ) દક્ષ આગણક એટલે શું? તથા સંભાવના વિતરણ

$f(x, \alpha, \beta,) = \beta \cdot e^{-\beta(x-\alpha)}$, $\alpha \le x \le \infty, \beta > 0$ માટે n કદવાળા યાદૃચ્છિક નિદર્શ પરથી α અને β નાં મહત્તમ વિસંભાવના આગણકો મેળવો. 07

3. (અ) પ્રમાણ્ય વિતરણ $N(\mu, \delta^2)$ માટે $\frac{\sigma}{\mu}$ નો સંગત આગણક મેળવો. $(\mu \neq 0)$ 04

(બ) આગણકનાં વિચરણની નીચલી સીમા મેળવવા માટેની ક્રેમર-રાવની અસમતાની રીત સમજાવો. 04

(ક) σ^2 વિચરણવાળા પ્રમાણ્ય વિતરણમાંથી લીધેલા n કદવાળા યાદૃચ્છિક નિદર્શનું વિચરણ S^2 છે, તો સાબિત કરો કે, $\frac{ns^2}{n-1}$ એ σ^2 નો અનભિનત આગણક છે. 05

અથવા

3. (અ) સંભાવના વિતરણ $f(x, p, \theta) = \frac{\theta^p}{\overline{|p}} x^{p-1}, e^{-\theta x}, 0 < x < \infty, p, \theta > 0$ માંથી લીધેલા n કદવાળા યાદૃચ્છિક નિદર્શ પરથી, θ નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણક મેળવો. અહિં P ની કિંમત અજ્ઞાત છે. 04

(બ) જો $(x_1, x_2 \ldots x_n)$, બીટા વિતરણ $f(x, \theta) = \frac{1}{\beta(\theta, 2)} x^{\theta-1}(1-x)$ $0 < x < 1, \theta > 0$ માંથી લીધેલ યાદૃચ્છિક નિદર્શ હોય તો બતાવો કે, $t = x_1, x_2 \ldots x_n$, θ નો પર્યાપ્ત આગણક છે. 04

(ક) બે પ્રમાણ્ય વિતરણોનાં મધ્યકો વચ્ચેનાં તફાવત માટેનો વિશ્વસનીય અંતરિત મેળવો. 05

4. (અ) જો xi (i = 1, 2, 3,…., n) એક જ સરખા પ્રાચલો μ અને σ^2 વાળા n સ્વતંત્ર લોગ-પ્રમાણ્ય ચલ હોય તો તેમનો ગુણોત્તર મધ્યક $\left[\prod_{i=1}^{n} xi\right]^{1/n}$ નું વિતરણ મેળવો. 06

P0166

http://www.vnsguonline.com

(બ) અતિ ગુણોત્તર વિતરણનો મધ્યક મેળવો. 03

(ક) કોશી વિતરણ માટે, સાબિત કરો કે, $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$ 04

અથવા

4. (અ) જો $xi \sim \wedge(\mu_i, \sigma_i^2)$, જ્યાં i = 1, 2, 3, ..., k સ્વતંત્ર ચલો હોય તો અચળાંકો

$(a_i > 0, bi)$, i = 1, 2, 3, ..., k માટે,

$$y = \frac{k}{11} x_i^{bi} \sim \wedge \left[\sum_{i=1}^{k} b_i \mu i,\ \sum_{i=1}^{k} b_i^2, \sigma i^2 \right]$$ મેળવો. 06

(બ) લાપ્લાસે વિતરણનું વિચરણ મેળવો. 04

(ક) ઋણ દ્વિપદિક વિતરણનું મધ્યક મેળવો. 03

English Version

Instructions

1. As per the instruction no. 1 of page no. 1
2. Figures to the right indicate full marks of the questions.
3. Statistical table would be given on request.
4. Simple calculator can be used.

1. Answer the following question: **10**

1. Prove that, for the Cauchy distribution , it becomes symmetric at $x = \theta$.
2. If $x \sim \left(\mu i, \sqrt{i}^{2}\right)$ i = 1, 2, 2 are independent constants then obtain the distribution of $\frac{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3^{-1}}{x_3}$
3. Obtain the maximum likehood estimator of the parameter θ for the probability function $f(x, \theta) = \frac{1}{2} e^{-|x-\theta|}, -\infty < x < \infty, -\infty < \theta < \infty$
4. If $x_1, x_2, ... x_n$ is a random sample taken from the gama distribution $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}$ then prove that $\sum_{i=1}^{n} xi$ is a sufficient estimator of θ.

http://www.vnsguonline.com

2. (a) If T is an unbiased estimator of θ then show that T^2 is biased estimator of θ^2. Also if T is constitant estimator then prove that T^2 is also consistent estimator if θ^2.

(b) Obtain the moment generating function of negative bionomial distribution . Also prove that its infinite limit function follows Poisson distribution.

OR

2. (a) Obtain μ_r^1 For the Laplace distribution. 6

(b) What is efficient estimator? Also obtain the maximum likelihood estimators of α and β from a random sample of size n for the probability distribution $f(x, \alpha, \beta,) = \beta \cdot e^{-\beta(x-\alpha)}$, $\alpha \leq x \leq \infty, \beta > 0$

3. (a) Obtain the consistent estimator of the co-efficient of variance $\frac{\sigma}{\mu}$, for the normal distribution $N(\mu, \delta^2)$ $(\mu = 0)$

(b) Explain the Cramer Rao's inequality method to find the lower bound of the estimator. 4

(c) The sample variance of a sample of size n , taken from the normal population with variance σ^2 is s^2. Prove that $\frac{ns^2}{n-1}$ is an unbiased estimator of σ^2.

OR

3. (a) Obtain the maximum likelihood estimator of θ for the probability function $f(x, p, \theta) = \frac{\theta p \cdot x^{p-1}}{\lceil p}$, $0 < x < \infty, p, \theta > 0$

Here the value of P is unknown.

(b) If (x_1 , x_2 ... x_n) is a random sample taken from the beta distribution $f(x, \theta) = \frac{1}{\beta(\theta, 2)} x^{\theta-1} (1 - x)$ $0 < x < 1, \theta > 0$, then show that, $t = x_1 , x_2 \ldots\ldots, x_n$ is a sufficient estimator of θ.

(c) Obtain the confidence interval for the difference between the two means of two normal distributions.

http://www.vnsguonline.com

4. (a) If xi (i = 1, 2, …., n) is n independent Log – normal variable with equal parameters μ and σ^2 then obtain the distribution of their geometric mean $\left[\prod_{i=1}^{n}\right]^{1/n}$ 6

(b) Obtain the mean of hyper geometric distribution. 3

(c) For the Cauchy distribution , prove that $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1$. 4

OR

4. (a) If $xi \sim \wedge\left(\mu i, \sigma_i^2\right)$, i = 1, 2, 3, ..., k are independent variable then for the constant $\left(ai > 0, bi\right)$, i = 1, 2, 3, ..., k then obtain , 6

$$y = \prod_{i=1}^{k} x_i^{bi} \sim \wedge\left[\sum_{i=1}^{k} b_i \mu i,\ \sum_{i=1}^{k} b_i^2, \sigma i^2\right]$$

(b) Obtain the variance of Laplace distribution. 4

(c) Obtain the mean of negative bionomial distribution. 3

http://www.vnsguonline.com